Fundamente der Physik

2.1 Messen, Einheiten, Genauigkeit – 28

2.2 Kugelstoßpendel zum ersten – 30

2.3 Lot, Kraft, Dichte – 32

2.4 Gravitation – 34

2.5 Druck und Spannung – 35

2.6 Auftrieb – 36

2.7 Pendel – 37

2.8 Energie, Reibung, Leistung – 39

2.9 Kugelstoßpendel zum zweiten – 39

2.10 Schlussfolgerungen – 40

2.11 Fragen – 40

Literatur – 41

K. Kuntsche, *Geotechnik,* DOI 10.1007/978-3-8348-2020-4_2

2

Versichere Dich der Grundlagen!

> Die Geotechnik ruht auf den Fundamenten der Physik. Einige physikalische Grundlagen sind so wichtig und nützlich, dass sie es verdienen, an den Anfang dieses Lehrbuchs gestellt zu werden. Es geht in diesem Kapitel um Messungen, Genauigkeiten, einfache Gleichungen, Kräfte, Drücke und um Wechselwirkungen, die gar nicht so einfach sind, wie es den Anschein hat.

2.1 Messen, Einheiten, Genauigkeit

Das Fundament als Basis einer Baukonstruktion soll dauerhaft seine Belastung in den Baugrund abtragen. Es darf nicht zerbrechen, versinken, sich nicht zu sehr verbiegen, setzen, schief stellen, verschieben oder umkippen.

Logik, Mathematik, Physik

Um Fundamente richtig zu *bemessen*, bedient man sich physikalischer Modelle. Diese wiederum werden mit den Methoden der Logik und Mathematik entwickelt. Auch die Geotechnik sollte auf den Fundamenten der Physik stehen. Deswegen starten wir hier:

Die Physik [6] ist eine empirische und quantitative Wissenschaft, die auf Experimenten beruht, bei denen etwas gemessen wird.

Messen heißt … vergleichen!

Messen heißt, die Messgröße mit ihrer Einheit zu vergleichen.

SI-Einheiten

Jede physikalische Größe hat eine Dimension mit gleichem Namen. Das Système International d'Unités (SI) definiert 7 Basisgrößen:

- Länge l (Meter = m),
- Masse m (Kilogramm = kg),
- Zeit t (Sekunde = s),
- Temperatur T (Kelvin = K),
- Stromstärke I (Ampere = A),
- Stoffmenge n (Mol = mol),
- Lichtstärke I_v (Candela = cd).

Mit diesen (wenigen) Basisgrößen lassen sich alle bekannten Naturgesetze beschreiben. Messgrößen der *Mechanik* sind die Zeit, die Länge (Fläche, Volumen) und die Masse.

Für die Länge z. B. schreibt man als Größensymbol l und als Dimensionssymbol L. Die Basiseinheit der Länge heißt Meter mit dem Einheitenzeichen m. Für die Zeit ist es die Sekunde, früher der 86.400. Teil des mittleren Sonnentages, heute als Periode einer bestimmten Mikrowelle definiert. Die Masse wird in kg angegeben, was anfangs der Masse eines Liters Wasser entsprach. Das Urkilogramm wird seit 1889 bei Paris aufbewahrt. Die Temperatur wird mit Thermometern in K bzw. °C gemessen, wobei $\Delta 1\,°\text{C} = \Delta 1\,\text{K}$ gilt.

Die Größe (der Größenwert) einer Messgröße ergibt sich als Produkt aus einem Zahlenwert und einer Einheit:

$$\text{Größen(wert)} = \text{Zahlenwert} \cdot \text{Einheit} \tag{2.1}$$

Die Größe ändert sich nicht, wenn sich die Einheit ändert, denn dann ändert sich der Zahlenwert entsprechend.

Wenn wir Größen definieren wollen, müssen immer Zahlenwert und Einheit angegeben werden.

Im Beispiel:

Die Länge a eines Streifenfundaments (z. B. unter einer Kellerwand eines Hauses) kann $a = 8{,}2\,\text{m}$ oder $a = 820\,\text{cm}$ (oder 26,9 foot oder $8{,}66 \cdot 10^{-16}$ Lichtjahre) betragen, aber eben nicht $a = 8{,}2$.

Signifikante Stellen

Für die richtige Angabe des Zahlenwertes sind die *signifikanten Stellen* von Bedeutung. Wenn die Länge des Fundamentes mit 8,2 m angegeben wird, sind nur zwei Stellen signifikant. Mit dieser Angabe kann das Streifenfundament in Wirklichkeit minimal auch 8,15 m oder maximal 8,24 m lang sein. Mit drei signifikanten Stellen, also z. B. 8,20 m, muss demgegenüber die wahre Länge zwischen 8,195 oder 8,204 m liegen. Durch die Angabe der dritten signifikanten Stelle wird eine größere Maßgenauigkeit verlangt.

Will man diese Maßgenauigkeit einfordern, dann muss in der Tat auch $a = 8{,}20\,\text{m}$ angegeben werden.

Messunsicherheit

Noch größere Klarheit erlangt man jedoch, wenn neben der Messgröße zusätzlich die Messunsicherheit u mit aufgeführt wird. Die Länge des Fundamentes wird dann festgelegt mit

$$a = 8{,}20\,\text{m} \pm 0{,}03\,\text{m} \tag{2.2}$$

Diese Schreibweise ist vollkommen unmissverständlich und definiert die erlaubte Toleranz (siehe hierzu auch DIN 1319-2:2005-10 und DIN 18 202:2005-10).

Mit 0,03 m wird die *absolute* Messunsicherheit angegeben. Bezieht man diese auf den Messwert, erhält man die *relative* Messunsicherheit, die auch in % ausgedrückt werden kann:

$$a = 8{,}20\,\text{m} \pm \frac{0{,}03}{8{,}20}\text{m} = 8{,}20 \cdot (1 \pm 0{,}4\,\%)\,\text{m}. \tag{2.3}$$

Die Breite eines Fundamentes wird übrigens mit b bezeichnet. Wenn $a/b > 5$ ist, spricht man von einem Streifenfundament.

Um Massen zu bestimmen, bediente man sich in früheren Zeiten einer Balkenwaage (Abb. 2.1). Damit erfolgt ein Vergleich des Wägegutes mit einem Massensatz. Dabei spielt das jeweilige Schwerefeld keine Rolle, denn die Masse stellt eine ortsunabhängige Größe dar. (Bei einer Wägung auf dem Mond ergibt sich die gleiche Masse wie auf der Erde).

Moderne Massenwaagen werden mit einer Prüfmasse elektronisch kalibriert. Bei diesen Waagen können die signifikanten Stellen digital auf einem Display angegeben werden.

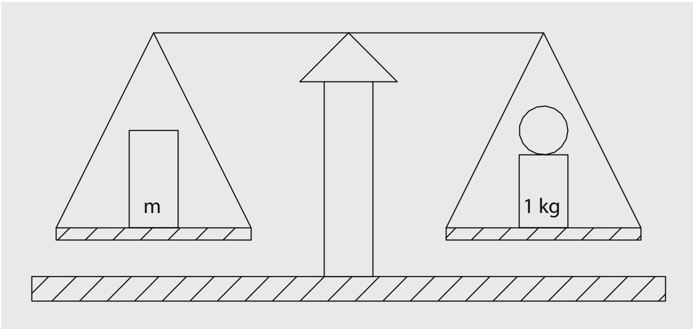

Abb. 2.1 Balkenwaage

Wir experimentieren!

Bei Experimenten ist es sinnvoll, nur einen Parameter zu ändern und die Auswirkung dieser Änderung zu beobachten und auch zu messen. Die vorgegebene, unabhängige Größe könnte z. B. mit x und die abhängige Größe mit y bezeichnet werden. Es kann sein, dass sich die Änderung von x gar nicht auf y auswirkt. Hier besteht also kein funktionaler Zusammenhang. Wenn ein Zusammenhang besteht, dann ist die einfachste Abhängigkeit zwischen x und y die Proportionalität.

proportional

Man schreibt $y \sim x$ und es gilt:

$$y = c \cdot x \tag{2.4}$$

In dieser Gleichung wird c als Proportionalitätskonstante bezeichnet. Der Graph dieser Funktion ist eine Gerade durch den Ursprung des x (Abszisse)-y (Ordinate)-Koordinatensystems.

Dimensionsanalyse

Physikalische Formeln sind immer *dimensionsrein*. Mit der sogenannten *Dimensionsanalyse* wird dies überprüft. Für Formeln und Diagramme werden dimensionslose Variablen eingeführt. Beschriftet man Achsen mit dem Quotienten aus Größenwert und Einheit, entsteht eine Zahlengerade.

Nicht dimensionsreine Formeln werden als (empirische) *Zahlenwertgleichungen* bezeichnet. Bei Zahlenwertgleichungen müssen die Zahlenwerte in festgelegten Einheiten eingesetzt werden, um ein richtiges Ergebnis in einer festgelegten Einheit zu berechnen.

Um Messwerte in kürzerer Schreibweise darzustellen, werden Vorsatzzeichen benutzt. Die wichtigsten dezimalen Vorsatzzeichen für SI-Einheiten sind in Tab. 2.1 angegeben.

2.2 Kugelstoßpendel zum ersten

Beim Kugelstoßpendel – Abb. 2.2 – sind meist 5 identische, mit einer Öse versehene Stahlkugeln an jeweils 2 gleichlangen Fäden in einer Reihe so aufgehängt, dass sie sich gerade berühren. Durch die Art der Aufhängung an zwei parallelen Stangen schwingen die Kugeln nach einer Auslenkung in der gleichen Ebene.

Tab. 2.1 Vorsatzzeichen für SI-Einheiten

Zehnerpotenz	Vorsilbe	Symbol	Eingabe beim Taschenrechner
10^6	Mega	M	E6
10^3	Kilo	k	E3
10^{-1}	Dezi	d	E – 1
10^{-2}	Zenti	c	E – 2
10^{-3}	Milli	m	E – 3
10^{-6}	Mikro	μ	E – 6
10^{-9}	Nano	n	E – 9

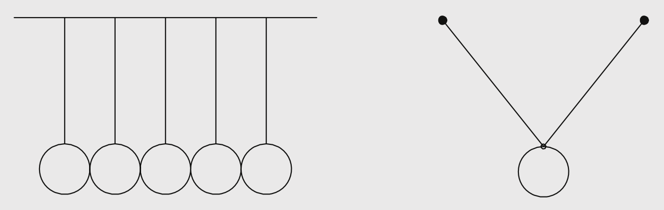

Abb. 2.2 Kugelstoßpendel

Beobachten und Beschreiben – das Internet

Die Beobachtung ist der erste Schritt zur Erfassung unserer Umwelt. Wir beobachten viel genauer, wenn wir Gegenstände oder Vorgänge einem Dritten gegenüber auch beschreiben müssen.

Wenn wir etwas genauer *wissen* wollen, studieren wir. Das im Internet verfügbare Wissen ist dabei sehr hilfreich.

Newton oder Mariotte?

Die Internet-Recherche zum Kugelstoßpendel führt zu ziemlich verwirrenden Ergebnissen: Das Kugelstoßpendel heißt dort auch Stoßapparat, Kugelpendel, Newtonpendel, Newton-Wiege (cradle), obwohl Edme Mariotte als Erfinder genannt wird. Er veröffentlichte 1676 hierüber ein Buch mit 283 Seiten mit dem Titel: „Traité de la Percussion ou Choc de Corps", was man problemlos im Internet findet und am Computer auch (kostenlos) lesen kann.

Je tiefer man in das Thema einsteigt, umso mehr dreht sich der Kopf. Von der anfänglichen scheinbaren Einfachheit des Apparates staunen wir immer mehr über die Physik, die dahinter steht.

2

2.3 Lot, Kraft, Dichte

Wir wollen zu unserem besseren Verständnis den Apparat zunächst vereinfachen, indem wir nur eine Kugel an einem Faden betrachten: Das Lot (■ Abb. 1.9 und 2.3).

Lote und die verwandten Wasserwaagen sind unverzichtbare Hilfsmittel auf jeder Baustelle, denn beide Instrumente geben uns sehr verlässlich und sehr einfach eine oder – bei Wasserwaagen – zwei wichtige Richtungen an.

Um die lotrechte Richtung zu bestimmen, darf das Lot nicht pendeln. In diesem Ruhezustand greifen zwei gleichgroße *Kräfte* am Lot an, die Gewichtskraft und die Fadenkraft. In der Physik und Bautechnik bezeichnet man die (äußeren) Kräfte auch als *Lasten* oder *Belastung*.

Kräfte sind Vektoren

Kräfte sind gerichtete Größen, die man als Vektoren bezeichnet. Man kann sie durch Pfeile kennzeichnen, wobei die Pfeilspitze in Richtung der Einwirkung zeigt. Gewichtskraft und Fadenkraft liegen auf gleicher (lotrechter) Wirkungslinie. Der Betrag ist gleich, die Richtung entgegengesetzt. Die Summe der Vektoren ist der Nullvektor $\vec{0}$, es herrscht Gleichgewicht.

Galilei

Galilei hat im Jahre 1638 festgestellt:

» „Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Translation, sofern er nicht durch einwirkende Kräfte zur Änderung seines Zustands gezwungen wird."

Dieser fundamentale Satz wird auch als das Trägheitsprinzip oder als 1. Newtonsches Gesetz bezeichnet. Im 2. Newtonschen Gesetz wird die Grundgleichung der Mechanik angegeben:

» „Die *Änderung* der Bewegung ist der Einwirkung der bewegenden Kraft proportional und geschieht nach der Richtung derjenigen geraden Linie, nach welcher jene Kraft wirkt."

Massen und Beschleunigung

In eine Formel übersetzt heißt das, dass sich eine Kraft aus dem Produkt von Masse und Beschleunigung ergibt:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \tag{2.5}$$

Zwei Anmerkungen zu obiger Gleichung: Man erkennt mit dieser Schreibweise, dass die Kraft *F* ein Vektor ist. (Newton selber hat dieses Gesetz anders formuliert: Er hat die Kraft als die zeitliche Änderung des Impulses definiert.)

Mit der Einheit Newton für die Kraft ehrt man das Genie – in SI-Einheiten:

$$1\,\mathrm{N} = 1\,\frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \tag{2.6}$$

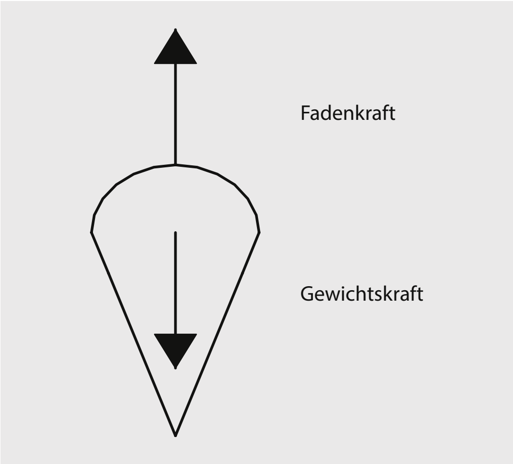

Abb. 2.3 Lot

Homogenität und Dichte ρ

Wie jeder Körper weist auch das Lot eine Masse m und ein Volumen V auf. Wenn die Masse im Volumen gleichmäßig verteilt ist, wenn also m proportional zu V ist, nennt man den Körper diesbezüglich *homogen*. Die Proportionalitätskonstante wird als Dichte ρ bezeichnet:

$$\rho = \frac{m}{V} \tag{2.7}$$

In SI-Einheiten ist die Dichte in kg/m^3 auszudrücken.

Die Wirkungslinie der Kräfte bei einem Lot aus einem homogenen Material verläuft dann durch den geometrischen Mittelpunkt – so wie man das aus Abb. 2.3 ersehen kann.

Dichte des Wassers ρ_w

Aus der historischen Definition eines Kilogramms folgt, dass sich die Dichte von Wasser in SI-Einheiten zu

$$\rho_w = \frac{1000}{1} \cdot \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 1000 \cdot \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \tag{2.8}$$

ergibt. Anzumerken ist hier, dass auch die Dichte des Wassers von der Temperatur und dem Druck abhängt, was bei Laborversuchen ggf. beachtet werden muss.

Anomalie der Dichte von Wasser

Bemerkenswert am Wasser ist dessen Dichteanomalie: Bei 4 °C weist es die größte Dichte auf. Im Winter wird sich bis auf 4 °C abgekühltes Wasser am Grund eines Sees ansammeln, was für die Fische erfreulich ist, zumal Eis mit einer Dichte von etwa 918 kg/m^3 auf dem Wasser schwimmt.

Fehlerfortpflanzung

Bei der Bestimmung der Dichte eines Materials werden zwei fehlerbehaftete Messungen durchgeführt, denn man misst die Masse und das Volumen. Zur Bestimmung der signifikanten Stellen der Dichte muss man sich mit den Regeln der Fehlerfortpflanzung beschäftigen, besser gesagt mit der Fortpflanzung der Messunsicherheiten. Hierfür gilt:

2

Bei der Addition/Subtraktion von Messwerten addieren sich die *absoluten*, bei der Multiplikation/Division die *relativen* Messunsicherheiten.

2.4 Gravitation

Newton und die Gravitation

Die überhaupt erste *physikalische Theorie* stammt von Isaak Newton [7]. Er hat 1687 mit seinem Gravitationsgesetz behauptet, dass sich Massen gegenseitig anziehen. Die Anziehungskraft sei proportional der beiden Massen m_1 und m_2 und umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstands der Massenschwerpunkte r:

$$\vec{F} = \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot G \cdot \vec{e} \tag{2.9}$$

Die Massen sind – genauso wie die Temperatur beispielsweise – Skalare, d. h. nicht gerichtete Größen. Um den vektoriellen Charakter der Gleichung für die Kraft F auszudrücken, wird in der Gleichung der Einheitsvektor $\vec{e}$ notwendig, der auf der Verbindungslinie der beiden Massenschwerpunkte liegt.

Die Proportionalitätskonstante G heißt Gravitationskonstante. Sie wurde von Cavendish 1798 mit einer Torsionswaage genauer bestimmt und wird heute zu

$$G = (6{,}67384 \pm 0{,}00080) \cdot 10^{-11} \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^2} \tag{2.10}$$

angegeben. Die Einheit der Gravitationskonstanten lässt sich leicht aus dem 2. Newtonschen Gesetz herleiten.

Erdbeschleunigung g

Die Masse von 1 kg erfährt nach dem Gravitationsgesetz auf der Erde eine Beschleunigung von $g = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$. Damit ergibt sich die Fadenkraft eines Lotes mit einer Masse von 1 kg (auf der Erde) zu 9,81 N.

Es soll hier angemerkt werden, dass ► Gl. 2.10 nur ein Modell ist und g auf der Erde je nach Standort und Umgebungsbedingungen durchaus unterschiedlich sein kann. Meist können diese Unterschiede jedoch in der Bautechnik vernachlässigt werden.

Wichte = Dichte · g

Bei vielen Anwendungen rundet man sogar auf und setzt $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$. So wird in der Geotechnik die Wichte des Wassers oft mit

$$\gamma_w = \rho_w \cdot g = 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 10\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3} \tag{2.11}$$

etwas zu groß angenommen. Mit der gleichen Vereinfachung übt ein gutgenährter Mensch mit einer Masse von 100 kg eine Kraft von 1 kN auf den Baugrund aus.

2.5 Druck und Spannung

Druck als physikalische Größe begegnet uns beim Wetter und unter Wasser. Der mit einem Barometer gemessene Luftdruck kann beim Bergsteigen ziemlich genau die Höhenänderungen anzeigen, wenn sich das Wetter nicht ändert. Für bautechnische Fragen spielen der Luftdruck und dessen Änderungen oft eine vernachlässigbare Rolle.

Je tiefer wir in ein Wasserbecken eintauchen, desto größer wird der Wasserdruck u, d. h. der Wasserdruck ist proportional zur Wassertiefe z. Es gilt:

$$u = \gamma_w \cdot z. \qquad (2.12)$$

Der Wasserdruck in einer Wassertiefe von 20 m wird also (geotechnisch) zu 200 kN/m² berechnet, wenn man vom den zusätzlich wirkenden Luftdruck absieht. Das stimmt allerdings nur dann, wenn das Wasser nicht strömt und sich dessen Dichte z. B. mit zunehmendem Druck nicht ändert.

Man nennt diesen Wasserdruck auch hydrostatisch. Der Wasserdruck in einer bestimmten Tiefe wirkt – wie der Druck in einem ruhenden Gas – in allen Richtungen mit gleicher Größe.

Würde man 200 gutgenährte Menschen auf 1 m² versammeln, würden diese den Baugrund ebenfalls mit einem Druck von 200 kN/m² belasten.

In dieser Größenordnung kann der *Sohldruck* – auch als *Sohlpressung* oder besser als mittlere *Sohlspannung* bezeichnet – eines Streifenfundamentes liegen, welches die Wandlasten eines Einfamilienhauses in den Baugrund abträgt. Beim Streifenfundament wird eine vertikal einwirkende Linienlast auf eine horizontale Sohlfläche abgetragen. Wenn beispielsweise das Fundament 0,5 m breit ist, beträgt bei einer mittleren Sohlspannung von $\sigma_0 = 200\,\mathrm{kN/m^2}$ die Linienlast 100 kN/m, denn es gilt:

$$\text{Spannung} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}}. \qquad (2.13)$$

Genauer gesagt handelt es sich bei der Sohlspannung um eine Normalspannung, denn die Kraft steht senkrecht auf der Sohlfläche. Wir merken uns zunächst:

Im Unterschied zum Druck muss bei der Spannung auch die Richtung der Fläche bekannt sein, auf die sich eine Kraft bezieht.

Zum Begriff der Spannung sei schon hier ergänzend auf ► Abschn. 5.6.3 und 5.6.5 verwiesen.

In der ◘ Tab. 2.2 sind einige Umrechnungsfaktoren für Einheiten des Drucks bzw. der Spannung aufgeführt. Hierin bedeuten Pa = Pascal, mWS = Meter Wassersäule, mm Hg = Millimeter einer Säule aus Quecksilber. Die Einheit psi wird im angelsächsischem Raum verwendet.

Tab. 2.2 Umrechnungsfaktoren für gebräuchliche Druckeinheiten

	N/m^2 = Pa	bar	mWs	Torr = mm Hg	psi = pounds/inch²
1 N/m^2 = Pa	1	10^{-5}	0,0001	0,00075	0,000145
1 bar =	10^5	1	10,197	750,006	14,5038
1 m Ws =	9806,7	0,0981	1	73,556	1,4223
1 Torr =	133,32	0,00132	0,0136	1	0,0193
1 psi =	6894,8	0,06895	0,70307	51,715	1

2.6 Auftrieb

Will man das Volumen eines Lotes bestimmen, kann man es z. B. in Wasser eintauchen. Diese Messung kann in einem Messzylinder durch das Ablesen von Teilstrichen vor und nach dem Eintauchen erfolgen. Man kann aber auch die verdrängte Wassermenge auffangen und messen, die bei einem vollen Gefäß beim Eintauchen überläuft.

Heureka!

Der Legende nach sollte Archimedes (287–212 v. Chr.) prüfen, ob die Krone des Königs aus reinem Gold bestand. Er kannte zwar die Wichte von Gold und konnte das Gewicht der Krone ermitteln. Bei einem Bade kam er dann auf die obige Idee der Volumenbestimmung der Krone, ohne sie zu einem regelmäßigen Körper einzuschmelzen. Mit einem „Heureka!" („Ich hab's gefunden") soll er vor Freude nackt auf die Straße gelaufen sein.

Wahrscheinlich hat er sich aber nicht nur über die Volumenbestimmung seines Körpers und der Krone gefreut, sondern über eine andere Erkenntnis: Ein eingetauchter Körper erfährt eine Kraftwirkung entgegen der Schwerkraft. Diese *Auftriebskraft* lässt sich ganz leicht bestimmen:

Die Auftriebskraft F_A entspricht der Gewichtskraft des verdrängten Mediums und wirkt der Schwerkraftrichtung entgegen.

Obigen Satz nennt man das archimedische Prinzip, was sich durch den Druckunterschied zwischen der Ober- und Unterseite eines Körpers ergibt. Wenn wir der Einfachheit halber einen Würfel mit der Seitenfläche A und dem Volumen V (Abb. 2.4) unter Wasser betrachten, lassen sich die Kräfte an seiner Ober- und Unterseite leicht berechnen:

$$F_{\text{oben}} = p(z_1) \cdot A = \rho_w \cdot g \cdot z_1 \cdot A \tag{2.14}$$

$$F_{\text{unten}} = -\rho_w \cdot g \cdot z_2 \cdot A \tag{2.15}$$

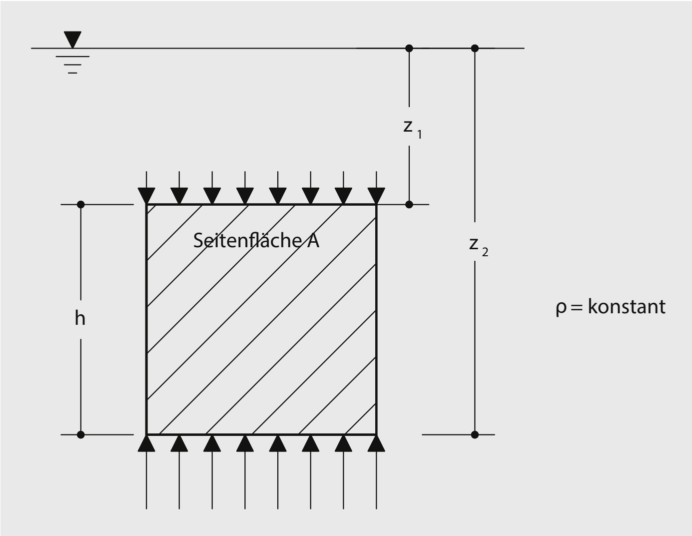

Abb. 2.4 Auftrieb

Damit verbleibt als Auftriebskraft F_A entgegen der Schwerkraftrichtung wirkend:

$$F_A = -\rho_w \cdot g \cdot A \cdot h = -\rho_w \cdot g \cdot V \tag{2.16}$$

Das archimedische Prinzip setzt also voraus, dass die Dichte des Wassers überall gleich ist. Wenn nun das Gewicht des Würfels genauso groß ist wie die Auftriebskraft, bleibt er an der Stelle, wo er sich gerade befindet.

Zwei Anmerkungen noch: Die seitlichen Kräfte auf den Würfel tragen zum Auftrieb nicht bei. Wichtig ist auch, dass Auftriebskräfte nur entstehen, wenn das verdrängte Medium auch unter den Körper reicht.

Bei der Tauchwägung in Wasser nutzt man dieses Gesetz, um das Volumen unregelmäßig geformter Körper zu bestimmen. Man bestimmt die Auftriebskraft F_A und kann damit das Volumen des Körpers berechnen zu:

$$V = \frac{F_A}{\rho_w \cdot g} \tag{2.17}$$

2.7 Pendel

Lenkt man das Lot aus seiner Ruhelage auf die Hubhöhe h aus und lässt es wieder los, schwingt es als Fadenpendel hin und her. Damit handelt es sich um einen periodischen Vorgang. In der ehemaligen

Ruhelage (am tiefsten Punkt) erreicht das Pendel – unabhängig von seiner Masse – die größte Geschwindigkeit:

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}. \tag{2.18}$$

Schwingung

Schwingende Systeme sind in der Technik weit verbreitet. Mit ihnen wird – wie bei der Pendel- oder Quarzuhr – die Zeit gemessen oder auch ein Sand verdichtet. (Über Sanduhren wird noch nachzudenken sein.)

Für kleine Auslenkungen vollführt das Fadenpendel eine annähernd harmonische Schwingung, die durch die Winkelfunktionen Sinus und Kosinus beschrieben werden kann. Kehrt das Pendel an den gleichen Umkehrpunkt zurück, hat eine Schwingung mit der *Schwingungsdauer (Periode) T* stattgefunden.

Frequenz

Den Kehrwert von T nennt man Frequenz mit der Einheit Hertz (Hz = 1/s):

$$f = \frac{1}{T} \tag{2.19}$$

Die größte Auslenkung heißt Amplitude A_0. Die Auslenkung $x(t)$ kann bei einer harmonischen Schwingung berechnet werden zu:

$$x(t) = A_0 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t + \varphi_0\right) = A_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0). \tag{2.20}$$

ω nennt man die Kreisfrequenz,φ_0 den Phasenwinkel. Beim (harmonischen) Fadenpendel berechnet sich die Schwingungsdauer zu:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}. \tag{2.21}$$

Wie man sieht, hängt auch die Schwingungsdauer T nicht von der Masse, sondern nur von der Länge l des Fadens ab, an dem das Lot hängt. Das Pendel kann nur in einer Frequenz schwingen, in seiner *Eigenfrequenz*, die durch die Fadenlänge l bestimmt wird.

Das Foucaultsche Pendel

Léon Foucault hat als erster am 3. Januar 1851 beobachtet, dass ein Fadenpendel seine Schwingungsebene verlässt, was beispielsweise im Deutschen Museum in München eindrücklich besichtigt werden kann.

Aufgrund der Wirkung der Corioliskraft wandert das Pendel am Nordpol nach rechts, am Südpol nach links. An den Polen benötigt eine volle Umdrehung einen Sterntag, der 23 Stunden, 56 Minuten und 4,091 Sekunden dauert. Wer das nicht glaubt, möge es bitte nachmessen. (Eine Anmerkung noch: Wenn man sich nicht näher mit der Corioliskraft beschäftigen will: Die Erde und mit ihm der Beobachter drehen sich unter dem Pendel weg.)

2.8 Energie, Reibung, Leistung

Mit der Auslenkung des Lotes aus seiner Ruhelage wurde dem System Energie zugeführt. Die erhöhte potentielle Energie ergibt sich aus dem Produkt von Kraft mal dem Weg, der in Richtung der Kraft zurückgelegt wurde:

$$W_{\mathrm{pot}} = m \cdot g \cdot h \tag{2.22}$$

Diese potentielle Energie wird zur kinetischen Energie:

$$W_{\mathrm{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \tag{2.23}$$

Energieerhaltung

Wenn nun das Pendel allmählich zur Ruhe kommt, liegt das an den unvermeidlichen Reibungskräften, die man bei Pendeluhren über Gewichte ausgleicht. Fundamental für die Physik ist, dass in einem geschlossenen System keine Energie verloren geht. Durch die Reibung wird Wärmeenergie erzeugt, immer gilt der Energieerhaltungssatz.

So gibt es auch kein Perpetuum Mobile, selbst wenn man die Tischuhr Atmos von Jaeger-LeCoultre, den Trinkvogel oder das Radiometer beinahe dafür halten könnte.

Zur Auslenkung des Pendels leistet man im physikalischen Sinn mechanische Arbeit, die der Energie entspricht.

Ich leiste 1 Watt

Wenn man eine Tafel Schokolade mit 100 g vom Boden 1 m hoch auf einen Couchtisch hebt, hat man mit $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$ genau 1 Nm = 1 Joule *gearbeitet*. Wenn das nur 1 Sekunde gedauert hat, hat man 1 Watt *geleistet*. Es gilt:

$$\text{Arbeit} = \text{Leistung} \cdot \text{Zeit} \tag{2.24}$$

In der Schokolade selber stecken etwa 2.350.000 J, was als Energiemenge ausreichen würde, um ein Spiegelei zu braten – ein Viertel der täglich benötigten Energie eines Erwachsenen.

2.9 Kugelstoßpendel zum zweiten

Jeder kennt das Ergebnis des Experiments, wenn eine Kugel ausgelenkt wird und losgelassen auf die anderen Kugeln prallt. Die elastischen Stöße werden bei einem funktionsfähigen Kugelstoßapparat *hindurchgereicht* – und nur die letzte Kugel fliegt weg.

Zur Erklärung des Phänomens bedient man sich des Impulserhaltungssatzes, der besagt, dass der Gesamtimpuls in einem abgeschlossenen System konstant ist.

So einfach ist es nicht!

Die physikalische Herleitung schließt allerdings nicht aus, dass der Gesamtimpuls nicht auch von allen Kugeln aufgenommen werden könnte. So zeigt eine kleine Manipulation des Kugelstoßapparates –

man verklebt zwei Kugeln miteinander – erstaunliche Wirkungen, die zu weiteren Forschungen anregen könnten!

2.10 Schlussfolgerungen

Auch das Errichten und die Unterhaltung von Bauwerken sind den Naturgesetzen unterworfen, gegen die nicht verstoßen werden kann. Die Naturgesetze sind bei näherer Betrachtung keine ganz leichte Kost und manchmal gar nicht zu verstehen. Wer kann beispielsweise erklären, warum sich Massen anziehen?

Beobachten und beschreiben!

Das Bearbeiten und Lösen von Aufgabenstellungen erfordern eine genaue Beobachtung und auch Begabung, die geübt und geschärft wird, indem man das Problem und die damit verbundenen Vorgänge zu beschreiben versucht. Das führt letztendlich zu einem Kernsatz:

Lerne, die wichtigen und richtigen Fragen zu stellen!

Um Antworten zu finden, können z. B. Experimente ausgeführt werden, die sich auf (fehlerbehaftete) Messdaten abstützen. Die Messungen dienen dazu, Theorien zu entwickeln, die diesen Namen dann verdienen, wenn mit ihnen Prognosen möglich sind. Wenn man selber die Antworten nicht geben kann, findet man vielleicht jemanden, der bei der Problemlösung mithilft.

Gesucht wird immer das einfachste Modell, die einfachste Theorie, mit der eine ausreichende *Sicherheit* prognostiziert und gewährleistet werden kann. Bemerkenswert dabei ist, dass die Sicherheit selber keine physikalische Größe darstellt – sie kann nicht gemessen werden!

Einige physikalische Grundlagen
Auch die Geotechnik ruht auf den Fundamenten der Physik. Wir können uns der Schwerkraft und dem Auftrieb nicht entziehen. Alle Prozesse müssen genau beobachtet und beschrieben werden. Unsere Prognosen ergeben sich aus Messungen und Theorien, die fehlerbehaftet sind. Über die Größenordnung möglicher Fehler sollte man sich im Klaren sein.

2.11 Fragen

1. Was ist der Unterschied zwischen Dimension und Einheit?
2. Wie wird eine Messgröße am besten angegeben?
3. Wodurch unterscheidet sich eine physikalische Formel von einer Zahlenwertgleichung?
4. Wie leiten Sie die Einheit der Gravitationskonstanten ab?

5. Mit welcher Kraft ziehen sich zwei Tanker mit Massen von jeweils 100.000 t an, die in einem Abstand von 100 m aneinander vorbeifahren?
6. Wenn die Erde einen mittlerem Radius von $r = 6378$ km und eine mittlere Dichte von 5,52 g/cm³ hätte, wie groß ist wäre die Gewichtskraft, die ein Körper der Masse *m* auf eine Waage ausübt?
7. Warum schwimmt ein Stück Holz, warum ein Schiff?
8. Wie kann man die Dichte eines Körpers bestimmen?
9. Beim Kugelstoßpendel werden statt der Stahlkugeln Sandsäcke aufgehängt. Was bewirkt jetzt der Aufprall eines Sackes?
10. Welcher Blechschaden ist größer: Zwei Autos mit gleicher Masse und gleicher Geschwindigkeit treffen aufeinander oder ein Auto fährt mit gleicher Geschwindigkeit auf eine starre Wand?
11. Aus welchen Gründen kann ein Auto fahren?
12. Warum weist eine zylindrische Sanduhr eine äquidistante Teilung auf?
13. Eis und Waffel kosten 1,10 €. Das Eis kostet 1 € mehr als die Waffel. Was kostet die Waffel?
14. Was muss eine Theorie leisten?
15. Warum kann man kein Flugticket mit einer Sicherheit von 1,35 kaufen?

Antworten zu den Fragen – sofern sie sich nicht unmittelbar aus dem Text ergeben – finden sich im Anhang im ► Abschn. 13.2. (Eis, Waffel und Flugticket appellieren an den gesunden Menschenverstand.)

Literatur

6. Harten U (2012) Physik – Einführung für Ingenieure und Naturwissenschaftler, 5. Aufl. Springer
7. Padova T (2013) Leibniz, Newton und die Erfindung der Zeit. Piper, München Zürich