

Abb. 4.8 Zustandsänderungen des optimierten Joule-Kälteprozesses in T, s -Koordinaten. Das dargestellte Beispiel ist gekennzeichnet durch die Randbedingungen: $T_1 = T_3 = 291 \text{ K}$, $T_4 = 173 \text{ K}$, $\Pi = 4$

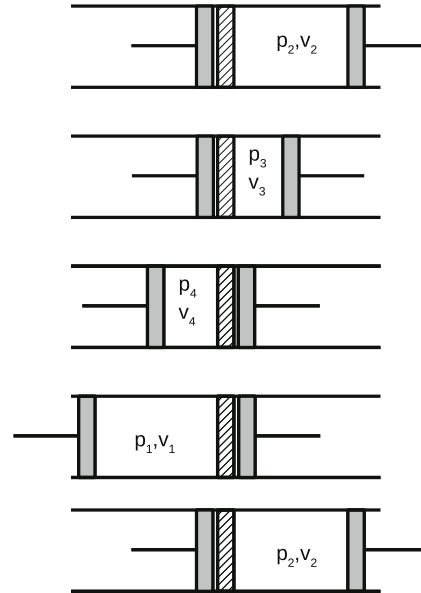
4.3 Stirling-Prozess

4.3.1 Prinzip

Zur Erzeugung tiefer Temperaturen ist der sog. Stirling Prozess geeignet. Als Arbeitsmedium kann Luft verwendet werden, es sind aber auch Anwendungen bekannt, bei denen Helium eingesetzt wird. Die erste erfolgreiche Maschine wurde von der Fa. Philips zu Beginn der 1950er Jahre entwickelt, mit der Temperaturen bis ca. 20 K erreicht werden können. Der Prozess wird daher gelegentlich auch als Philips-Prozess bezeichnet. Auch wurden Wasserstoff oder Erdgas als Arbeitsmedium in Betracht gezogen (vgl. [Cub97], S. 1306). Der Prozess ist dadurch gekennzeichnet, dass zwei Isochoren und zwei Isothermen durchlaufen werden. Der Prozess lässt sich am einfachsten anhand der Abb. 4.9 erläutern.

Die Maschine verfügt über zwei Arbeitsräume, die technisch durch zwei Zylinder realisiert sind. Die beiden Arbeitsräume sind räumlich durch einen sog. Regenerator verbunden. Dabei handelt es sich um einen mit feinen Strömungskanälen durchzogenes Bauteil

Abb. 4.9 Skizze zur Funktionsweise einer Stirling-Kältemaschine (vgl. [Hau57], S. 96)



eines meist metallischen Werkstoffs. Dieser sollte über eine große Wärmeleitfähigkeit, eine große Wärmekapazität und eine große spezifische Oberfläche verfügen. Die Wärmekapazität ist das Produkt aus der spezifischen Wärmekapazität und der Masse des Regenerators. Wärme soll schnell vom Regenerator aufgenommen werden können.

Das Arbeitsmedium, das sich im rechts dargestellten Arbeitsvolumen im Zustand 2 befindet, wird in einem Schritt (2–3) isotherm verdichtet. Dabei nimmt das Gas Volumenänderungsarbeit w_{23} auf. Die Bedingung der konstanten Temperatur des Mediums wird durch die Abgabe von Wärme an Kühlwasser erreicht. Bei Erreichen des Drucks p_3 beginnt ein Überschieben des Mediums in den links dargestellten Arbeitsraum. Die Zustandsänderung (3–4) erfolgt bei konstantem Volumen. Das Regenerator-Bauteil wird dabei erwärmt, das Gas kühlt dabei ab. Ein notwendiges Kriterium hierfür ist, dass die Temperatur des Regenerators niedriger sein muss als die des Arbeitsmediums. Diese Bedingung wird beim vorhergehenden Arbeitsschritt erfüllt. Der Überschiebevorgang erfolgt bei konstantem Volumen, was durch mechanische Synchronisation der beiden Kolbenbewegungen erreicht wird. Nach dem Abschluss des Überschiebevorgangs kommt es im linken Arbeitsraum zu einer isothermen Expansion, bei der Volumenänderungsarbeit abgegeben wird. Gleichzeitig wird die Kühllast vom Arbeitsmedium aufgenommen. Nach Aufnahme der Kühllast – die Temperatur des Arbeitsmediums hat sich währenddessen nicht geändert – wird das Arbeitsmedium erneut durch den Regenerator geleitet (Zustandsänderung (1–2)). Das noch kalte Arbeitsgas kühlt den Regenerator ab und erwärmt sich dabei. Der Prozess wird zyklisch durchlaufen. Die Arbeitsschritte lassen sich wie folgt zusammenfassen:

2 → 3	$T = \text{const.}$	Isotherme Kompression: Wärmeabgabe an Kühlwasser, Aufnahme von Arbeit.
3 → 4	$V = \text{const.}$	Isochores Überschieben: Regenerator erwärmt sich, Gas kühlt ab.
4 → 1	$T = \text{const.}$	Isotherme Expansion: Aufnahme der Kühllast, Abgabe von Arbeit.
1 → 2	$V = \text{const.}$	Isochores Überschieben: Regenerator kühlt ab, Gas erwärmt sich.

Beim Design des Prozesses sind einige wenige Festlegungen zu treffen, z. B. bei welchem Druck und bei welchen Temperaturen die Stirling-Maschine betrieben werden soll. Dies soll anhand eines Beispiels einer Stirlingmaschine mit dem Arbeitsmedium Luft erläutert werden. Die Stoffdaten von Luft besitzen folgende Werte: $c_p = 1,005 \text{ kJ/kg K}$, $R = 287,1 \text{ kJ/kg K}$, $c_v = c_p - R = 0,7179 \text{ kJ/kg K}$.

4.3.2 Beispiel

Zustandspunkt 1 Die Kühllast soll bei einer Temperatur von $\vartheta_1 = -100^\circ\text{C}$ aufgenommen werden. Der Druck im Zustand 1 kann prinzipiell frei gewählt werden, mit Hinblick auf ein geringes Apparatvolumen sollte dieser aber nicht zu niedrig sein. Im vorliegenden Beispiel wird ein Druck $p_1 = 10 \text{ bar}$ gewählt. Das spezifische Volumen v_1 wird unter Zuhilfenahme des idealen Gasgesetzes berechnet.

$$v_1 = \frac{RT_1}{p_1} \quad (4.19)$$

Die spezifische Entropie folgt direkt aus der kalorischen Zustandfunktion des idealen Gases (Herleitung siehe [Hah00], S. 129)

$$s(T, v) = s_{\text{ref}} + c_v \cdot \ln \frac{T}{T_{\text{ref}}} + R \cdot \ln \frac{v}{v_{\text{ref}}} \quad (4.20)$$

Die enthaltenen Daten eines frei wählbaren Referenzpunktes wurden hier wie folgt festgelegt: $s_{\text{ref}} = 1 \text{ kJ/kg K}$, $T_{\text{ref}} = 273,15 \text{ K}$, $v_{\text{ref}} = v(p_{\text{ref}}, T_{\text{ref}})$, $p_{\text{ref}} = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

Zustandspunkt 2 Während des isochoren Überschiebens erwärmt sich das Gas, in folgedessen es zu einem Anstieg des Drucks kommt. Dieser Vorgang kann z. B. über die Festlegung des erreichten Enddrucks erfolgen z. B. $p_2 = 20 \text{ bar}$, was im konkreten Beispiel zur Endtemperatur $T_2 = 346 \text{ K} \hat{=} 73^\circ\text{C}$ führt. Bei der Festlegung ist zu beachten, dass durch diese Druckfestlegung gleichzeitig auch das Temperaturniveau festgelegt ist, bei dem die abzuführende Wärme an das Kühlwasser übertragen werden kann. Ferner gilt

$$v_2 = v_1 \quad (4.21)$$

und

$$\begin{aligned}
 s_2 &= s(T_2, v_2) \\
 &= s_{\text{ref}} + c_v \cdot \ln \frac{T_2}{T_{\text{ref}}} + R \cdot \ln \frac{v_2}{v_{\text{ref}}} \\
 &= 1,0 + 0,7179 \cdot \ln \frac{346,3}{273,15} + 0,2871 \cdot \ln \frac{0,04971}{0,77396} \\
 &= 0,38217 \text{ [kJ/kg K]}
 \end{aligned} \tag{4.22}$$

Die während des Überschiebens übertragene Wärme beträgt

$$q_{12} = c_v(T_2 - T_1) = 124,3 \text{ kJ/kg K} \tag{4.23}$$

Da es sich bei der Zustandsänderung um eine Isochore handelt ist die Volumenänderungsarbeit stets null:

$$w_{12} = 0 \text{ kJ/kg K} \tag{4.24}$$

Zustandspunkt 3 Der Zustandspunkt 3 wird durch die isotherme Kompression ($T_3 = T_2$) erreicht. Beim Design ist festzulegen, bis zu welchem Volumen verdichtet werden soll bzw. welcher Enddruck p_3 erreicht werden soll. Insofern handelt es sich bei der festzulegenden Größe um einen freien Prozessparameter. Im konkreten Beispiel wird gewählt

$$RB : p_3 = 40 \text{ bar} \tag{4.25}$$

Spezifisches Volumen v_3 und spez. Entropie s_3 folgen aus dem idealen Gasgesetz bzw. analog Gl. 4.20.

$$v_3 = \frac{RT_3}{p_3} = 0,02486 \text{ m}^3/\text{kg}, \quad s_3 = 0,1832 \text{ kJ/kg K} \tag{4.26}$$

Die während der isothermen Kompression übertragenen Wärme beträgt

$$q_{23} = +RT_2 \cdot \ln \frac{p_2}{p_3} = 0,2871 \cdot 346,3 \cdot \ln \frac{20}{40} = -68,91 \text{ kJ/kg} \tag{4.27}$$

Die Volumenänderungsarbeit bei isothermen Druckänderungen ist betragsmäßig gleich und im Vorzeichen verschieden von der übertragenen Wärme:

$$w_{23} = -q_{23} = +68,91 \text{ kJ/kg} \tag{4.28}$$

Zustandspunkt 4 Bei der nachfolgenden isochoren Zustandsänderung wird das Gas abgekühlt bei gleichzeitiger Erwärmung der Regeneratormasse. Der Zustandspunkt 4 genügt den einfachen Randbedingungen

$$v_4 = v_3 = 0,02486 \text{ m}^3/\text{kg} \quad (4.29)$$

$$T_4 = T_1 = 173,15 \text{ K} \quad (4.30)$$

Der Druck p_4 folgt dem idealen Gasgesetz und wird zu 20 bar bestimmt. Die übertragene Wärme beträgt

$$q_{34} = c_v (T_4 - T_3) = 0,7179 (173,15 - 346,3) = -124,3 \text{ kJ/kg} \quad (4.31)$$

Der Vergleich mit der beim vorhergehenden Überschieben (1–2) übertragenen Wärme zeigt, dass jetzt der gleiche Betrag an Wärme übertragen wurde wie zuvor, offenbar aber in der Gegenrichtung. Dies ist das Kennzeichen einer regenerativen Wärmeübertragung.

Zustandspunkt 1 Mit der anschließenden isothermen Expansion wird die Kühllast aufgenommen:

$$q_{41} = R \cdot T_4 \cdot \ln \frac{p_4}{p_1} = 0,2871 \cdot 173,15 \cdot \ln \frac{20}{10} = 34,46 \text{ kJ/kg} \quad (4.32)$$

und entsprechend

$$w_{41} = -q_{41} = -34,46 \text{ kJ/kg} \quad (4.33)$$

Die berechneten Zustandspunkte sind in Tab. 4.1 zusammengefasst, die zugehörigen Prozessgrößen in Tab. 4.2. Der Prozess ist in Abb. 4.10 dargestellt.

Zu beachten ist, dass die während der isochoren Zustandsänderungen übertragenen Wärmen gleich groß aber im Vorzeichen verschieden sind. Bei den isothermen Zustandsänderungen sind Wärme und Arbeit betragsgleich aber vorzeichenverschieden. Ferner sollte die Summe aller übertragenen Energien sich zum Wert null addieren.

Aus den Daten der Zustandstabelle 4.2 kann die Leistungsziffer des Prozesses ermittelt werden:

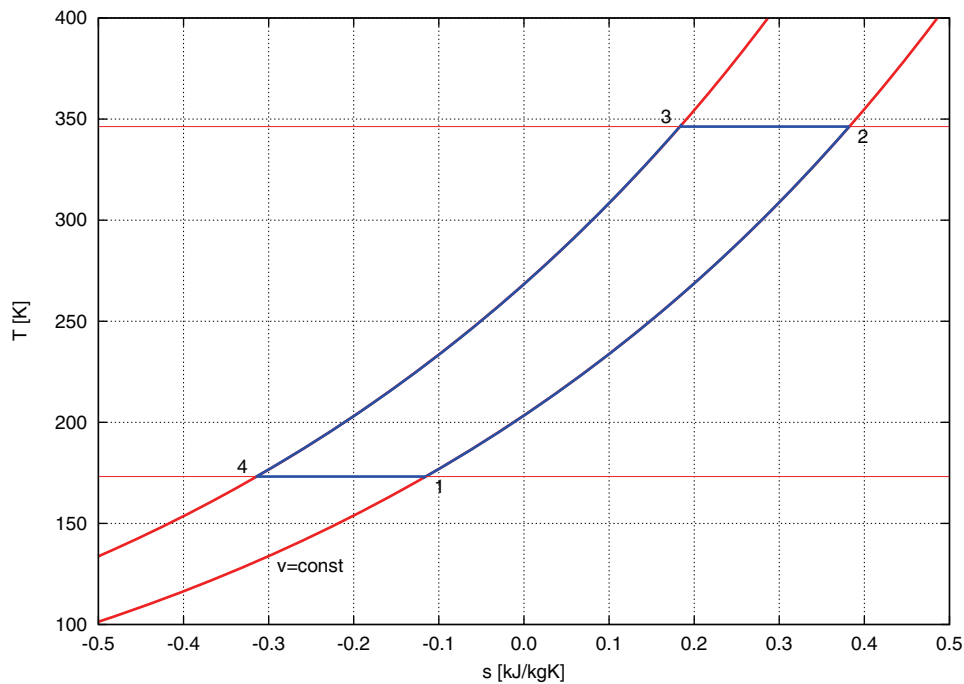
$$\varepsilon_K = \frac{q_{41}}{w_{23} + w_{41}} = \frac{34,46}{68,91 - 34,46} = 1 \quad (4.34)$$

Tab. 4.1 Zustandspunkte des Beispiels „Stirling-Prozess“

	T [K]	p [bar]	v [m ³ /kg]	s [kJ/kg K]
1	173,15	10	0,04971	-0,1154
2	346,30	20	0,04971	0,3822
3	346,30	40	0,02486	0,1832
4	173,15	20	0,02486	-0,3144

Tab. 4.2 Prozessgrößen des Beispiels „Stirling-Prozess“

	q [kJ/kg]	w [kJ/kg]
1 \rightarrow 2	124,30	0
2 \rightarrow 3	-68,91	69,91
3 \rightarrow 4	-124,30	0
4 \rightarrow 1	34,46	-34,46

**Abb. 4.10** Stirling-Prozess in T, s -Koordinaten

4.3.3 Anwendungen

Stirlingmaschinen werden zur Erreichung niedriger Temperaturen eingesetzt. Als Hauptanwendung kommt hierbei die Verflüssigung von Luft in Frage. Die verflüssigte Luft wird in vielen Anwendungsfällen einer destillativen Trennung der Hauptkomponenten Sauerstoff und Stickstoff unterzogen. Großtechnisch kommen hierzu 4-Zylinder-Stirling Maschinen zum Einsatz mit Antriebsleistungen im Bereich einiger 100 kW. Ebenso sind aber auch sog. Kryo-Kühler der Bauart Philips im Einsatz.