2 Schwimmstabilität

2.1 Theoretische Grundlagen

2.1.1 Schwimmende Körper

Die Schwimmstabilität ist ein Sonderfall der Hydrostatik und Hydrodynamik zugleich, denn bei ihr handelt es sich sowohl um einen statischen als auch bedingt dynamischen Prozess. In der technischen Mechanik wird zwischen folgenden Gleichgewichtslagen unterschieden:

- stabil,
- indifferent,
- instabil (labil).

Die Kraft, die einen Körper zum Schwimmen anregt, ist dabei die Auftriebskraft eines teils oder voll getauchten Volumenkörpers.

2.1.2 Auftriebs- und Gewichtskraft

Auf in Fluide getauchte Körper wirken Druckkräfte. Die resultierende horizontale Druckkomponente ist dabei null (gilt näherungsweise für Grundwasserströmung und für Gewässer ohne Eigenströmung), diese Komponenten sind stets entgegengesetzt gerichtet und heben sich deshalb gegenseitig auf. Der sich dabei ebenfalls auswirkende vertikale Anteil des Drucks wird als Auftriebskraft F_A bezeichnet und nach dem Archimedischem Prinzip berechnet. Der Auftrieb wirkt im Schwerpunkt S_A des verdrängten Wasservolumens V_A und entspricht der Gewichtskraft der Masse des verdrängten Wasser m_W und ist stets nach oben gerichtet.

$$F_A = m_W \cdot g = \gamma_W \cdot V_A \tag{2.1}$$

Ein Körper ist also nur dann schwimmfähig, wenn ein Gleichgewicht zwischen Gewichtskraft des Körpers F_G und der Gewichtskraft des verdrängten Wasservolumens F_A herrscht, es gilt:

$$F_A = F_G \tag{2.2}$$

Das Gewicht m_K wirkt im Massenschwerpunkt S_K des Körpers (Index K) und ist nach unten gerichtet. Wenn Gleichung (2.2) erfüllt ist, bedeutet dieses, dass die mittlere Wichte des Körpers γ_K kleiner sein muss als die der ihn umgebenden Flüssigkeit γ_W.

2.1.3 Schwimmstabilität

Um eine Aussage zur Stabilität des Schwimmverhaltens machen zu können, muss ein Körper in gekrängter Lage (Schräglage) betrachtet werden. Durch die Auslenkung verschiebt sich mit dem Auftriebsvolumen auch der Schwerpunkt S_A des verdrängten Wassers, während der Massenschwerpunkt S_K stets unverändert bleibt. Bei einem breiten Körper mit tief liegendem Schwerpunkt ergäbe sich nun ein aufrichtendes (wiederherstellendes) Moment, also eine stabile Schwimmlage, während bei einem eher schmalen Körper mit relativ hoch liegendem Schwerpunkt sich ein vergrößerndes (kippendes) Moment, also eine instabile Schwimmlage

F. Preser, *Klausurtrainer – Hydromechanik für Bauingenieure*,
DOI 10.1007/978-3-8348-2497-4_2, © Springer Fachmedien Wiesbaden 2013

einstellen würde. Lediglich bei zylindrischen Körpern (Röhren), die mit ihrer Längsachse ins Wasser eintauchen, ergibt sich ungeachtet der Lage des Körperschwerpunktes eine indifferente Schwimmlage.

Die Schwimmlage ist:

$$\begin{aligned}&\text{stabil, wenn } h_m > 0\\ &\text{indifferent, wenn } h_m = 0\\ &\text{instabil (labil), wenn } h_m < 0\end{aligned} \tag{2.3}$$

Die Berechnung der metazentrischen Höhe[1] h_m erfolgt für im Bauwesen allgemein zutreffende kleine Krängungswinkel näherungsweise mit der Formel (2.4):

$$h_m = \frac{I_y}{V_A} - \left|s_G - s_A\right| \tag{2.4}$$

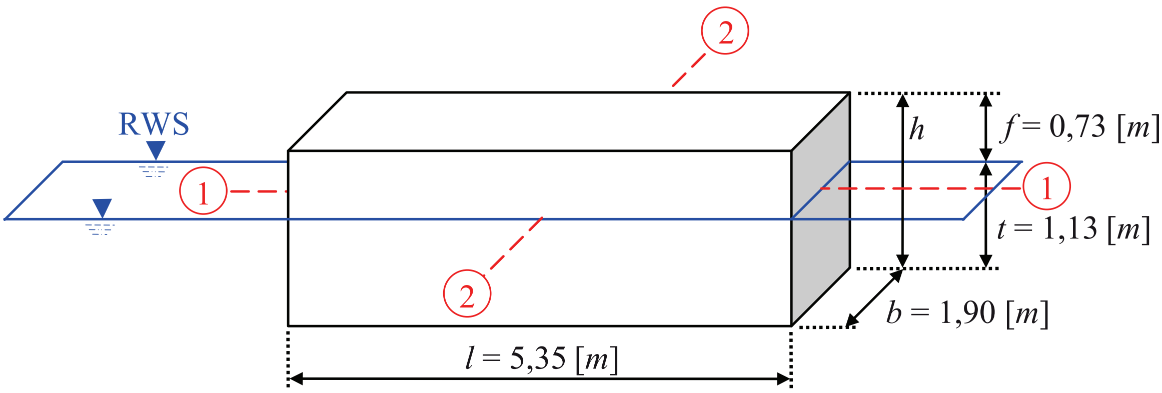
Dabei ist I_y das Flächenträgheitsmoment der Wasserlinienfläche, und V_A ist das Volumen des verdrängten Wassers.

2.2 Einfache Schwimmstabilitätsuntersuchung

Beispiel 16 – homogener Quader

Gegeben: ein homogener rechtwinkliger Körper (gemäß Zeichnung), der auf Schwimmstabilität geprüft werden soll. – Das spezifische Gewicht des Wassers beträgt $\gamma_W = 10$ [kN/m^3].

Gesucht: Wichte des Schwimmkörpers sowie h_m mit Schwimmstabilitätsnachweis.



Lösung 16 – vereinfachter Nachweis für kleine Krängungswinkel

$$F_A = V_A \cdot \gamma_W = l \cdot b \cdot t \cdot \gamma_W = 5{,}35\,m \cdot 1{,}90\,m \cdot 1{,}13\,m \cdot 10\frac{kN}{m^3} = 114{,}865\,kN$$

$$F_G = F_A \Rightarrow \gamma_K = \frac{F_A}{l \cdot b \cdot h} = \frac{114{,}865\,kN}{5{,}35\,m \cdot 1{,}90\,m \cdot (1{,}13\,m + 0{,}73\,m)} = 6{,}075\frac{kN}{m^3}$$

[1] Das Metazentrum eines schwimmenden Körpers ist der Schnittpunkt der Auftriebsvektoren zweier benachbarter Winkellagen, die Strecke vom Massenschwerpunkt zum Metazentrum heißt metazentrische Höhe.

Die Schwerpunkte von Körper~ und Auftriebsvolumen liegen, wegen der Symmetrie der Konstruktion in einer Achse. Es treten keine Ausmittigkeiten auf!

Abstand Massenschwerpunkt bezogen auf die Unterkante der Konstruktion:

$$h = f + t = 1{,}13\,m + 0{,}73\,m = 1{,}86\,m$$

$$s_G = \frac{h}{2} = 0{,}93\,m$$

Abstand Auftriebsschwerpunkt bezogen auf die Unterkante der Konstruktion:

$$s_A = \frac{t}{2} = 0{,}565\,m$$

Der Abstand beider Schwerpunkte voneinander:

$$s = |s_A - s_G| = |0{,}565 - 0{,}930| = 0{,}365\,m$$

Auftriebsvolumen (= verdrängtes Wasservolumen):

$$V_A = l \cdot b \cdot t = 5{,}35\,m \cdot 1{,}90\,m \cdot 1{,}13\,m = 11{,}486\,m^3$$

Flächenträgheitsmoment um die Kippachse 1-1:

$$I_{y_{1-1}} = \frac{l \cdot b^3}{12} = \frac{5{,}35\,m \cdot 1{,}90^3\,m^3}{12} = 3{,}058\,m^4$$

Flächenträgheitsmoment um die die Kippachse 2-2:

$$I_{y_{2-2}} = \frac{b \cdot l^3}{12} = \frac{1{,}90\,m \cdot 5{,}35^3\,m^3}{12} = 24{,}246\,m^4$$

Metazentrische Höhe für die Kippachse 1-1:

$$h_{m_{1-1}} = \frac{I_{y_{1-1}}}{V_A} - s = \frac{3{,}058\,m^4}{11{,}486\,m^3} - 0{,}365\,m = -0{,}099\,m < 0$$

Metazentrische Höhe für die Kippachse 2-2:

$$h_{m_{2-2}} = \frac{I_{y_{2-2}}}{V_A} - s = \frac{24{,}246\,m^4}{11{,}486\,m^3} - 0{,}365\,m = 1{,}746\,m > 0$$

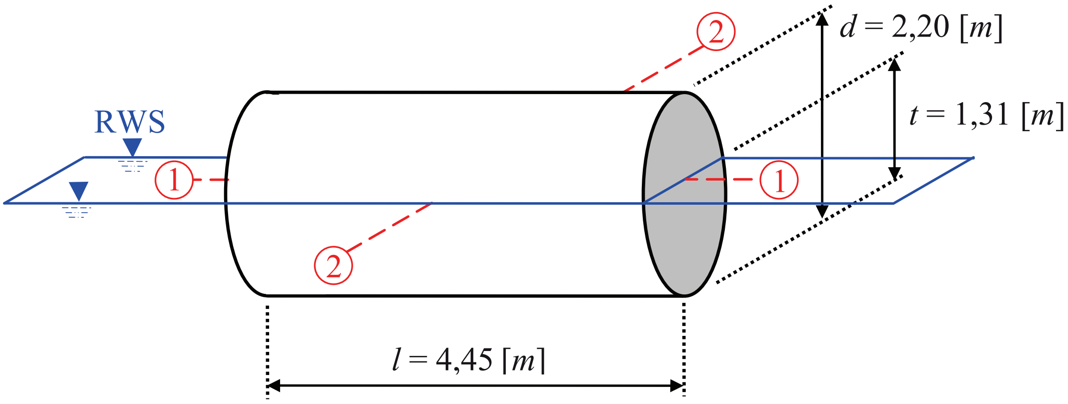
Schwimmstabilität:

Da die Konstruktion bereits in der Kippachse 1-1 instabil ist, ist die Schwimmlage des Körpers insgesamt als instabil bzw. labil zu bezeichnen.

Beispiel 17 – homogener Zylinder (liegend)

Gegeben: ein homogener zylindrischer Körper (gemäß Zeichnung), der auf Schwimmstabilität geprüft werden soll. – Das spezifische Gewicht des Wassers beträgt $\gamma_W = 10$ [kN/m^3].

Gesucht: Wichte des Schwimmkörpers sowie h_m mit Schwimmstabilitätsnachweis.



Lösung 17 – vereinfachter Nachweis für kleine Krängungswinkel

Berechnung des getauchten Querschnitts (Kreissegment/Kreisabschnitt, vergl. Anhang):

$$t = d \cdot \sin^2(\alpha) \Rightarrow \alpha = 4 \cdot a\sin\sqrt{\frac{t}{d}} = 4 \cdot a\sin\sqrt{\frac{1{,}31}{2{,}20}} = 202{,}012°$$

$$\hat{\alpha} = \frac{202{,}012° \cdot \pi}{180°} = 3{,}526 \text{ Bogenmaß}$$

$$A_{Seg} = \frac{d^2}{8} \cdot (\hat{\alpha} - \sin\alpha) = \frac{2{,}20^2}{8} \cdot \left[3{,}526 - \sin(202{,}012°)\right] = 2{,}360\, m^2$$

Auftriebskraft und Gewichtskraft

$$F_A = V_{A_{Seg}} \cdot \gamma_W = A_{Seg} \cdot l \cdot \gamma_W = 2{,}360 \cdot 4{,}45\, m \cdot 10 \frac{kN}{m^3} = 105{,}013\, kN$$

$$F_G = F_A \Rightarrow \gamma_K = \frac{F_A}{A_{Zyl} \cdot l} = \frac{105{,}013\, kN}{\frac{\pi \cdot 2{,}20^2}{4} \cdot 4{,}45\, m} = 6{,}208 \frac{kN}{m^3}$$

Die Schwerpunkte von Körper~ und Auftriebsvolumen liegen, wegen der Symmetrie der Konstruktion in einer Achse. Es treten keine Ausmittigkeiten auf!

Weil $t > d/2$ gilt für den Abstand Massenschwerpunkt bezogen auf die Wasserspiegellinie:

$$s_G = t - \frac{d}{2} = 1{,}31 - \frac{2{,}20}{2} = 0{,}210\, m$$

Berechnung der Wasserspiegelbreite:

$$b_{Sp} = d \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) = 2{,}20 \cdot \sin\left(\frac{202{,}012°}{2}\right) = 2{,}160\, m$$

Abstand Auftriebsschwerpunkt bezogen auf die Wasserspiegellinie:

$$s_A = \frac{b_{Sp}^3}{12 \cdot A_{Seg}} - \frac{d}{2} + t = \frac{2{,}160^3}{12 \cdot 2{,}360} - \frac{2{,}20}{2} + 1{,}31 = 0{,}566 m$$

Der Abstand beider Schwerpunkte voneinander:

$$s = |s_A - s_G| = |0{,}566 - 0{,}210| = 0{,}356\, m$$

Auftriebsvolumen (= verdrängtes Wasservolumen):

$$V_A = A_{Seg} \cdot l = 2{,}360\, m^2 \cdot 4{,}45\, m = 10{,}501\, m^3$$

Flächenträgheitsmoment um die Kippachse 1-1

$$I_{y_{1-1}} = \frac{l \cdot b_{Sp}{}^3}{12} = \frac{4{,}45\, m \cdot 2{,}160^3\, m^3}{12} = 3{,}735\ m^4$$

Flächenträgheitsmoment um die die Kippachse 2-2

$$I_{y_{2-2}} = \frac{b_{Sp} \cdot l^3}{12} = \frac{2{,}160\, m \cdot 4{,}45^3\, m^3}{12} = 15{,}858\ m^4$$

Metazentrische Höhe für die Kippachse 1-1

$$h_{m_{1-1}} = \frac{I_{y_{1-1}}}{V_A} - s = \frac{3{,}735\, m^4}{10{,}501\, m^3} - 0{,}356\, m = 0{,}000\, m$$

Metazentrische Höhe für die Kippachse 2-2

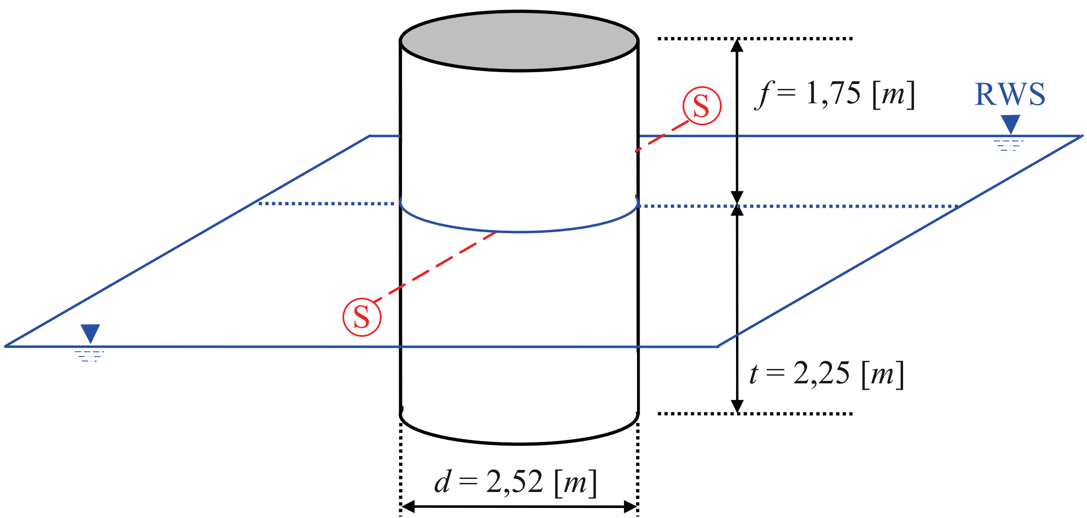
$$h_{m_{2-2}} = \frac{I_{y_{2-2}}}{V_A} - s = \frac{15{,}858\, m^4}{10{,}501\, m^3} - 0{,}356\, m = 1{,}154\, m\ >\ 0$$

Schwimmstabilität:

Die Konstruktion ist in der Kippachse 2-2 stabil sowie in der Achse 1-1 (erwartungsgemäß) indifferent.

Beispiel 18 – homogener Zylinder (stehend)

Gegeben: ein homogener zylindrischer Körper (gemäß Zeichnung), der auf Schwimmstabilität geprüft werden soll. - Das spezifische Gewicht des Wassers beträgt $\gamma_W = 10$ [kN/m^3].



Gesucht: Wichte des Schwimmkörpers sowie h_m mit Schwimmstabilitätsnachweis.

Lösung 18 – vereinfachter Nachweis für kleine Krängungswinkel

$$F_A = V_A \cdot \gamma_W = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot t \cdot \gamma_W = \frac{\pi \cdot 2{,}52^2\ m^2}{4} \cdot 2{,}25\,m \cdot 10\frac{kN}{m^3} = 112{,}221\,kN$$

$$F_G = F_A \Rightarrow \gamma_K = \frac{F_A}{\frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot (t+f)} = \frac{112{,}221\,kN}{\frac{\pi \cdot 2{,}52^2\ m^2}{4} \cdot (2{,}25\,m + 1{,}75\,m)} = 5{,}625\frac{kN}{m^3}$$

Die Schwerpunkte von Körper~ und Auftriebsvolumen liegen, wegen der Symmetrie der Konstruktion, in einer Achse. Es treten keine Ausmittigkeiten auf!

Abstand Massenschwerpunkt bezogen auf die Unterkante der Konstruktion:

$$h = f + t = 1{,}75\,m + 2{,}25\,m = 4{,}00\,m$$

$$s_G = \frac{h}{2} = 2{,}00\,m$$

Abstand Auftriebsschwerpunkt bezogen auf die Unterkante der Konstruktion:

$$s_A = \frac{t}{2} = 1{,}125\,m$$

Der Abstand beider Schwerpunkte voneinander:

$$s = \left|s_A - s_G\right| = \left|1{,}125 - 2{,}00\right| = 0{,}875\,m$$

Auftriebsvolumen (= verdrängtes Wasservolumen):

$$V_A = A \cdot t = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot 2{,}25\,m = \frac{\pi \cdot 2{,}52^2}{4} \cdot 2{,}25\,m = 11{,}222\,m^3$$

Flächenträgheitsmoment um die Kippachse S-S:

$$I_{y_{S-S}} = \frac{\pi \cdot d^4}{64} = \frac{\pi \cdot 2{,}52^4\,m^4}{64} = 1{,}980\ m^4$$

Metazentrische Höhe für die Kippachse 1-1:

$$h_{m_{S-S}} = \frac{I_{y_{S-S}}}{V_A} - s = \frac{1{,}980\,m^4}{11{,}222\,m^3} - 0{,}875\,m = -0{,}699\,m\ <\ 0$$

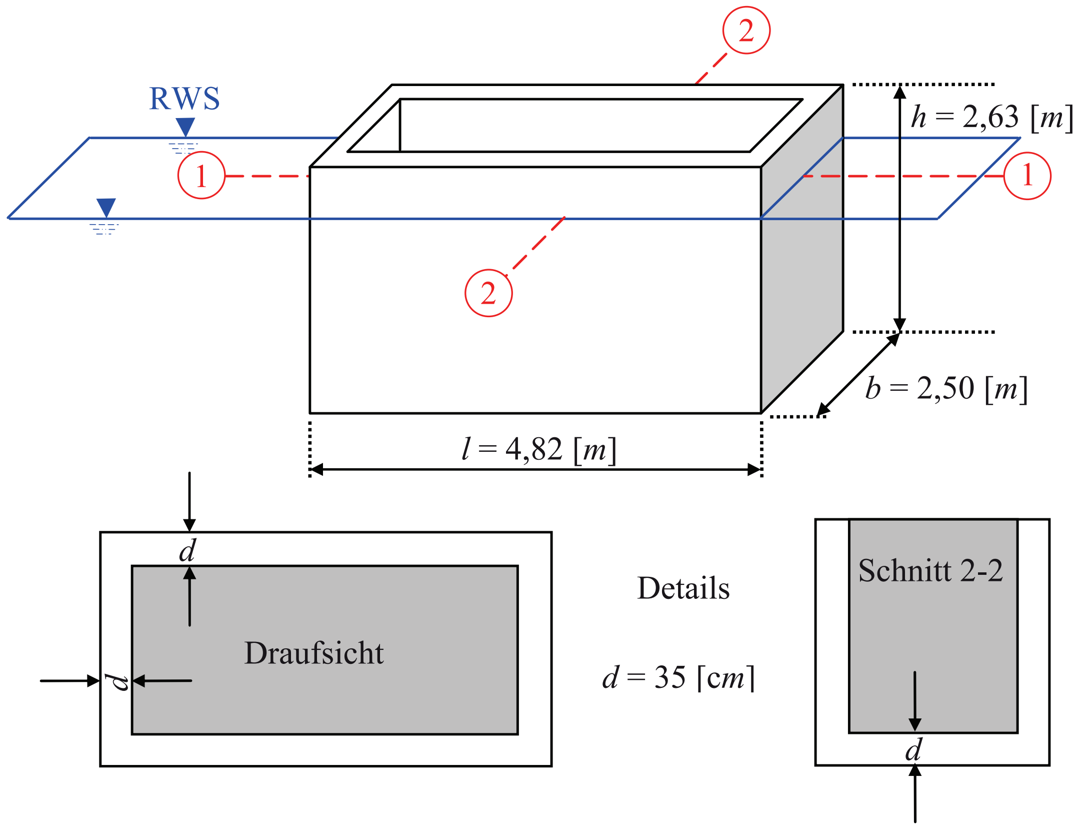
Schwimmstabilität:

Die Konstruktion besitzt nur eine Kippachse S-S, da die Wasserfläche einen Kreis darstellt. Die Schwimmlage ist instabil. Wenn dieser Schwimmkörper „kentert“, würde sich eine indifferente Schwimmlage (analog zu Beispiel 17) einstellen.

Beispiel 19 – Senkkasten

Gegeben: ein inhomogener rechtwinkliger Körper (gemäß Zeichnung), der auf Schwimmstabilität geprüft werden soll. – Die spezifischen Gewichte von Wasser und Konstruktion betragen $\gamma_W = 10$ [kN/m^3] respektive $\gamma_K = 17$ [kN/m^3].

Gesucht: Tauchtiefe des Schwimmkörpers sowie Schwimmstabilitätsnachweis.



Lösung 19 – vereinfachter Nachweis für kleine Krängungswinkel

Berechnung der Volumina:

$$V_{voll} = l \cdot b \cdot h = 4{,}82 \cdot 2{,}50 \cdot 2{,}63 = 31{,}692\ m^3$$

$$V_{hohl} = (l - 2d) \cdot (b - 2d) \cdot (h - d)$$

$$V_{hohl} = (4{,}82 - 2 \cdot 0{,}35) \cdot (2{,}50 - 2 \cdot 0{,}35) \cdot (2{,}63 - 0{,}35) = 16{,}908\ m^3$$

$$V_K = V_{voll} - V_{hohl} = 31{,}692 - 16{,}908 = 14{,}783\ m^3$$

Kräftegleichgewicht:

$$F_G = V_K \cdot \gamma_K = 14{,}783\, m \cdot 17 \frac{kN}{m^3} = 251{,}311\, kN$$

$$F_A = F_G \Rightarrow t = \frac{F_A}{l \cdot b \cdot \gamma_W} = \frac{251{,}311\, kN}{4{,}82\, m \cdot 2{,}50\, m \cdot 10 \frac{kN}{m^3}} = 2{,}086\, m$$

Auftriebsvolumen:

$$V_A = l \cdot b \cdot t = 4{,}82 \cdot 2{,}50 \cdot 2{,}086 = 25{,}131\, m^3$$

Die Schwerpunkte von Körper- und Auftriebsvolumen liegen, wegen der Symmetrie der Konstruktion, in einer Achse. Es treten keine Ausmittigkeiten auf!

Der Abstand des <u>Massenschwerpunktes</u> bezogen auf die Unterkante der Konstruktion beträgt:

$$s_G = \frac{\frac{h}{2} \cdot V_{voll} - \left(\frac{h-d}{2} + d \right) \cdot V_{hohl}}{V_k}$$

$$s_G = \frac{\frac{2{,}63\,m}{2} \cdot 31{,}692 m^3 - \left(\frac{2{,}63\,m - 0{,}35\,m}{2} + 0{,}35\,m \right) \cdot 16{,}908\,m^3}{14{,}783\,m^3} = 1{,}115\,m$$

Der Abstand des <u>Auftriebsschwerpunktes</u> bezogen auf die Unterkante der Konstruktion beträgt:

$$s_A = \frac{t}{2} = \frac{2{,}086}{2} = 1{,}043\,m$$

Der Abstand beider Schwerpunkte voneinander ist:

$$s = \left| s_A - s_G \right| = \left| 1{,}043 - 1{,}115 \right| = 0{,}072\,m$$

Flächenträgheitsmoment um die Kippachse 1-1

$$I_{y_{1-1}} = \frac{l \cdot b^3}{12} = \frac{4{,}82\,m \cdot 2{,}50^3\,m^3}{12} = 6{,}276\ m^4$$

Flächenträgheitsmoment um die die Kippachse 2-2

$$I_{y_{2-2}} = \frac{b \cdot l^3}{12} = \frac{2{,}50\,m \cdot 4{,}82^3\,m^3}{12} = 23{,}329\ m^4$$

Metazentrische Höhe für die Kippachse 1-1

$$h_{m_{1-1}} = \frac{I_{y_{1-1}}}{V_A} - s = \frac{6{,}276\,m^4}{25{,}131\,m^3} - 0{,}072\,m = 0{,}178\,m\ >\ 0$$

Metazentrische Höhe für die Kippachse 2-2

$$h_{m_{2-2}} = \frac{I_{y_{2-2}}}{V_A} - s = \frac{23{,}329\,m^4}{25{,}131\,m^3} - 0{,}072\,m = 0{,}856\,m\ >\ 0$$

Schwimmstabilität:

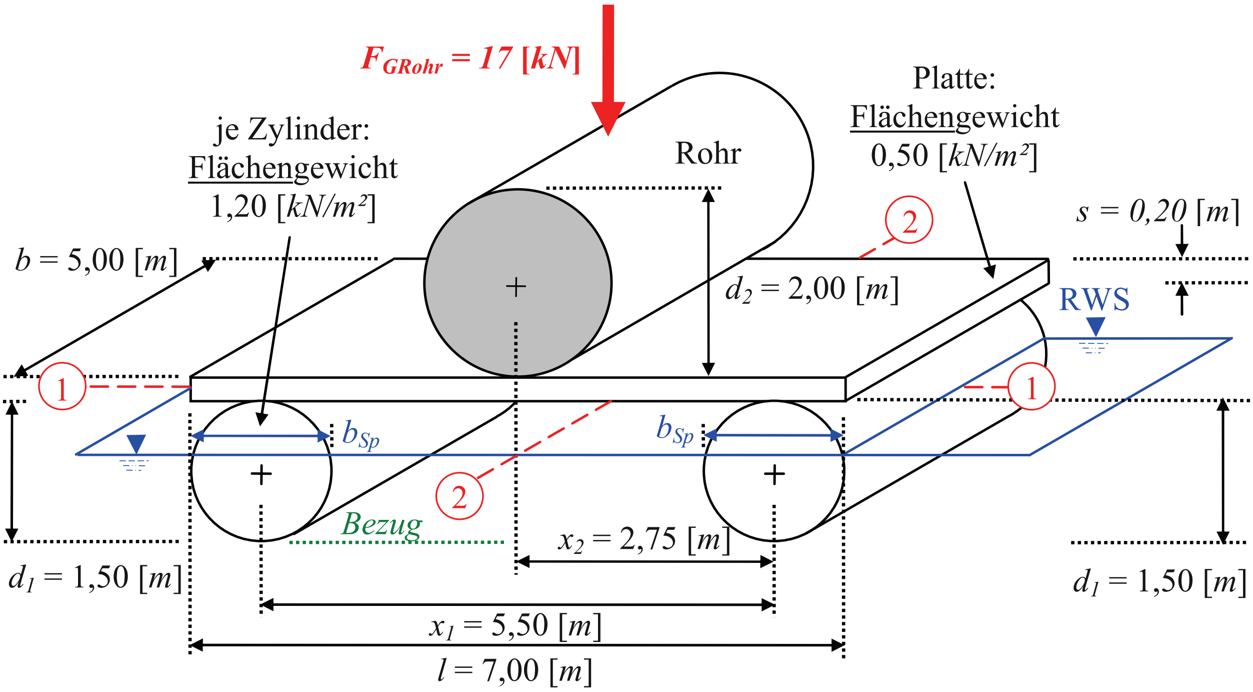
Da die Konstruktion bereits bei dem kleineren Flächenträgheitsmoment um die Kippachse 1-1 über Schwimmstabilität verfügt, ist der Nachweis für das größere Flächenträgheitsmoment um die Achse 2-2 entbehrlich.

Merke: Grundsätzlich gilt diese Feststellung für alle Schwimmstabilitätsnachweise an getauchten Körpern mit zwei Kippachsen!

Beispiel 20 – Symmetrischer Ponton (Schwimmkonstruktion)

<u>Gegeben:</u> eine Schwimmkonstruktion (gemäß Zeichnung), die auf Schwimmstabilität geprüft werden soll. Auf dem Ponton befindet sich – mittig platziert – eine Röhre mit einer Gewichtskraft von 17 [*kN*]. – Das spezifische Gewicht des Wassers beträgt $\gamma_W = 10$ [kN/m^3].

Gesucht: Tauchtiefe des Schwimmkörpers sowie Schwimmstabilitätsnachweis.



Lösung 20 – vereinfachter Nachweis für kleine Krängungswinkel

Berechnung der Gewichtskräfte (bei den in der Zeichnung angegebenen Werten handelt es sich um Flächengewichte, d. h. für die beiden Schwimmzylinder sind je Zylinder 2-fach die Stirn- und 1-fach die Mantelfläche anzusetzen):

$$A_{Platte} = l \cdot b = 7{,}00 \cdot 5{,}00 = 35{,}00\ m^2$$

$$A_{Zylinder} = 2 \cdot \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} + \pi \cdot d_1 \cdot b = 2 \cdot \frac{\pi \cdot 1{,}50^2}{4} + \pi \cdot 1{,}50 \cdot 5{,}00 = 27{,}096\ m^2$$

$$F_{G_{Rohr}} = 17\ kN$$

$$F_{G_{Platte}} = A_{Platte} \cdot 0{,}50 \frac{kN}{m^2} = 35{,}00\ m^2 \cdot 0{,}50 \frac{kN}{m^2} = 17{,}50\ kN$$

$$F_{G_{Zylinder}} = 2 \cdot A_{Zylinder} \cdot 1{,}20 \frac{kN}{m^2} = 27{,}096\ m^2 \cdot 1{,}20 \frac{kN}{m^2} = 65{,}030\ kN$$

$$F_G = F_{GRohr} + F_{GPlatte} + F_{GZylinder} = 17{,}00 + 17{,}50 + 65{,}030 = 99{,}530\ kN$$

Kräftegleichgewicht:

$$F_A = F_G$$

Auftriebsfläche eines teilgetauchten Zylinders (Kreissegment/Kreisabschnitt) (vergl. Anhang):

$$A_A = \frac{r_1^2}{2}\left(\widehat{\alpha} - \sin(\alpha)\right) = \frac{d_1^2}{8}\left(\widehat{\alpha} - \sin(\alpha)\right) = \frac{1{,}50^2}{8} \cdot \left(\widehat{\alpha} - \sin(\alpha)\right) = 0{,}281\, m^2 \cdot \left(\widehat{\alpha} - \sin(\alpha)\right)$$

Auftriebskraft beider Zylinder:

$$F_A = 2 \cdot A_A \cdot b \cdot \gamma_W \quad \Rightarrow \quad \frac{F_A}{2 \cdot b \cdot \gamma_W \cdot 0{,}281} = 3{,}539 = \widehat{\alpha} - \sin(\alpha)$$

Zur Lösung von α bedient man sich der Potenzreihenentwicklung der Sinus-Funktion, es gilt nach [12], (vergl. auch Anhang):

$$\sin(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\widehat{\alpha}^{2n+1}}{(2n+1)!} = \widehat{\alpha} - \frac{\widehat{\alpha}^3}{3!} + \frac{\widehat{\alpha}^5}{5!} - \ldots \qquad \alpha = \text{reell}$$

Somit ergibt sich für die unbekannte Größe α und die zu lösende Gleichung mit $n = 3$ (hinreichend genau):

$$3{,}539 = \widehat{\alpha} - \widehat{\alpha} - \frac{\widehat{\alpha}^3}{3!} + \frac{\widehat{\alpha}^5}{5!} - \frac{\widehat{a}^7}{7!} = -\frac{\widehat{\alpha}^3}{6} + \frac{\widehat{\alpha}^5}{120} - \frac{\widehat{a}^7}{5040}$$

Als Ergebnis erhält als man:

$$\widehat{\alpha} = 3{,}341 \Rightarrow \alpha = 191{,}419°$$

Die <u>Auftrieb</u>sfläche eines Schwimmkörpers beträgt demnach:

$$A_A = \frac{d_1^2}{8}(\widehat{\alpha} - \sin(\alpha)) = \frac{1{,}50^2\, m^2}{8}(3{,}341 - \sin(191{,}419°)) = 0{,}995\, m^2$$

Damit lässt sich auch die Tauchtiefe der zylindrischen Schwimmkörper angeben:

$$t = d_1 \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{4}\right)^2 = 1{,}50\, m \cdot \sin\left(\frac{191{,}419°}{4}\right)^2 = 0{,}825\, m$$

Zur Berechnung der Schwimmstabilität ist nun in Abhängigkeit vom Mittelpunktswinkel die Wasserspiegelbreite (Sehnenlänge) an den Stirnflächen der zylindrischen Auftriebskörper zu berechnen (vergl. Anhang):

$$b_{Sp} = s_{Seg} = d_1 \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 1{,}50 m \cdot \sin\left(\frac{191{,}419°}{2}\right) = 1{,}493\, m$$

Die Schwerpunkte von Körper~ und Auftriebsvolumen liegen, wegen der Symmetrie der Konstruktion, in einer Achse. Es treten keine Ausmittigkeiten auf!

Berechnung der Vertikalschnitte und der Gesamtschnittfläche der Konstruktion:

$$A_S = A_{SRohr} + A_{SPlatte} + 2 \cdot AS_{Zylinder}$$

$$A_{SRohr} = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} = \frac{\pi \cdot 2{,}00^2}{4} = 3{,}142\, m^2$$

$$A_{SPlatte} = l \cdot s = 7{,}00 \cdot 0{,}20 = 1{,}400\, m^2$$

$$A_{SZylinder} = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} = \frac{\pi \cdot 1{,}50^2}{4} = 1{,}767\, m^2$$

$$A_S = 3{,}142\, m^2 + 1{,}400\, m^2 + 2 \cdot 1{,}767\, m^2 = 8{,}076\, m^2$$

Berechnung des Massenschwerpunkts, Bezug – Unterkante der Auftriebskörper: